MAGAZINE D'EXERCICES

Fonctions réciproques

EXERCICE N°1 : 5 points 25 '

Soit la fonction f définie sur [-2,+∞[par : f(x) = $\sqrt{2x+4}-1$

1) Etudier la dérivabilité de f à droite en –2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) a) Calculer f '(x) pour tout x ∈]-2,+∞[.

b) En déduire que f réalise une bijection sur un intervalle J, que l'on précisera.

3) Soit f^{-1} la fonction réciproque de f.

a) Déterminer le domaine de continuité de f^{-1} et son sens de variation.

b) Montrer que f^{-1} est dérivable en -1.

c) Calculer f(0) en déduire $(f^{-1})'(1)$.

4) Expliciter $f^{-1}(x)$ en fonction de x pour tout x ∈ J.

EXERCICE N°2 : 6 points 35 '

On considère la fonction f définie par : f(x) = $\sqrt{x^2-9}-x$.

On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Montrer que f est définie sur]-∞,-3]∪[3,+∞[.

2) Montrer que la droite Δ : y = 0 est asymptote à (ζ_f) au voisinage de +∞.

3) a) Montrer que Δ' : y = -2x est une asymptote à (ζ_f) au voisinage de -∞.

b) Etudier la position de (ζ_f) par rapport à Δ' .

4) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 3 et à gauche en –3.

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

5) a) Montrer que f est dérivable sur]-∞,-3[∪]3,+∞[et f '(x) = $\frac{x}{\sqrt{x^2-9}} - 1$.

b) Montrer que f strictement décroissante sur]-∞,-3] et strictement croissante sur [3,+∞[.

c) Dresser le tableau de variation de f.

6) Soit g la restriction de f à l'intervalle [3,+∞[.

a) Montrer que g réalise une bijection de [3,+∞[sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Montrer que g^{-1} est dérivable sur [-3,0[

c) Calculer $g^{-1}(-1)$, en déduire $(g^{-1})'(-1)$

d) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

EXERCICE N°3 : 4 points 25 '

Soit la fonction f définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=1-\tan x$.

1°) Etablir le tableau de variation de f.

2°) Montrer que la fonction f réalise une bijection de $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ sur IR.

3°) a) Montrer que f^{-1} est dérivable sur IR.

b) Calculer $f^{-1}(0)$ et $f^{-1}(2)$. En déduire $\left(f^{-1}\right)'(0)$ et $\left(f^{-1}\right)'(2)$.

c) Montrer que pour tout x on a : $\tan\left(f^{-1}(x)\right)=1-x$. En déduire que pour tout $x \in IR$:

$$\left(f^{-1}\right)'(x)=\frac{1}{-x^2+2x-2}.$$

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com